الأثر المنطقي لأرسطو

على هندسة إقليدس

محمد جلوب فرحان
مدرس مساعد
كلية الاداب / قسم التاريخ

مقدمة :

١ - تستهدف هذه الدراسة الاجابة عن السؤالين الآتيين : ماالمقصود بالاثر المنطقي ؟ وما المقصود بهندسة اقليدس (١) وقبل الاجابة عن هذين السؤالين اجد لزاماً عليّ ان احدد ابعاد الموضوع الذي تتناوله هذه الدراسة ، والطريقة المستخدمة فيها .

تنحصر ابعاد الموضوع في ناحيتين : يفهم الباحث في الناحية الاولى ان هندسة «اقليدس» نظام لغوي يتألف من مجموعة من المفاهيم الاولية التي تمثل الف باء النظام ، ومن مجموعة من القضايا التي هي ابنية اعقد من المفاهيم السابقة ، ويفهم في الناحية الثانية ان هندسة «اقليدس» نظرية استدلالية تسود فيها مجموعة من البراهين المنطقية لاشتقاق قضايا جديدة من قضايا اولية موضوعة في بداية النظام . اما الطريقة المستخدمة في هذه الدراسة فتقوم على تحليل النظام الهندسي إلى مفاهيمه الاولية ، محاولة كشف طبيعة هذه المفاهيم ، قصد التمييز بين ماهو اولي منها وما هو ثانوي ، وتحليل القضايا في سبيل ابراز القواعد المنطقية ، التي يخضع لها بناء القضية ، والتمييز بين القضايا الاولية والقضايا الثانوية ، والكشف عن البراهين المنطقية السائدة في ذلك البناء من اجل الوقوف عند طبيعة هذه البراهين ومكوناتها ، وابراز الاختلاف بين البرهان المباشر والبرهان غير المباشر ودور الالزام المنطقي بين مقدمات البرهان والنتائج المشتقة منها . ومن الضروري ان اشير إلى انني في التحليل الذي قمت به لمنطق ارسطو ، قد اقتفيت اثر الطريقة التي طرحها الدكتور ياسين خليل في كتابه «نظرية ارسطو المنطقية » ، تلك الطريقة التي نظرت إلى منطق « ارسطو » من وجهة نظر رياضية معاصرة .

المقصود بالاثر المنطقي :

٢ — نقصد بالاثر المنطقي جملة من الاسس والقواعد المنطقية التي حددها «ارسطو» والتي لعبت دورا مؤثرا في بناء هندسة «اقليدس»، ونرى بان هذا الاثر ينحصر في ناحيتين : «تتحدد الناحية الاولى في نظرية التعريف وتتعين الناحية الثانية في نظرية البرهان » . (٣)

التعريف : Definition

يحدد ارسطو ، التعريف بكونه «صيغة تحدد الطبيعة الجوهرية للشيء (٤) ويشترط في هذه الصيغة ان تتألف من حدود اولية بسيطة وواضحة ، وان «تكون من طبيعة او جنس ذلك الحقل العلمي »(٥) ويعني هذا ان التعريف عملية تركيب او بناء تتألف من جنس genus وفصل differentia الموضوع المراد تعريفه ، واستنادا إلى ذلك وضع «ارسطو»امام المعرف شروطا تحدد عمله، ومن هذه الشروط ان يضع في البداية «جنس الشيء والذي يتحدد بكونه مشتركا مع اشياء اخرى ثم يضيف اليه فصله الخاص به والذي يميزه عن الاشياء الاخرى »(٦) .

ونحاول ان نقف لنكشف عن كيفية بناء التعريف من المباديء التي تؤلف جوهر الشيء فاذا نشدنا على سبيل المثال، تعريف المثلث ، فاءننا نجد ان المثلث يتحدد بانه « سطح مستو » وسبب ذلك يعود الى ان الحد « سطح مستو » هو جنس يشترك فيه المثلث مع السطوح المستوية الاخرى من مربع ومستطيل ،والسؤال القائم: كيف نميز بين المثلث والمربع الذي يتصف ايضا بكونه سطحا مستويا ؟ في الحقيقة ان الذي يميز المثلث عن المربع هو « فصلة الخاص به والذي يتمثل بكونه محاط بثلاثة خطوط مستقيمة » (٧) .

ورب سائل يتسائل: هل انْ الحد العكسي يظهر في التعريف ؟ اوبمعنى اخر اذا حاولنا تعريف الخط المستقيم فهل يشمل اويتضمن هذا التعريف

على الانحناء (الحد العكسي للاستقامة) ؟ وتتحدد الاجابة عن هذا التساؤل في ان تعريف الخط المستقيم لايتضمن الحد العكسي وذلك يعود الى ان الطبيعة الجوهرية للأستقامة لاتشمل غير الاستقامة فقط ، وبهذا فقد ادرك ارسطو ذلك واشترط في التعريف الدقيق الجامع المانع ان «لايشير الى شيء خارج الطبيعة الجوهرية للموضوع المراد تعريفه» (٨) وان التعريف من حيث كونه تحديدا يشترط ان تتوفر فيه جملة من الشروط ، تجعل منه نظرية دقيقة محكمة وذلك يرجع الى ان التعريف عند ارسطو عبارة تدل على طبيعة الشيء ،ومن الضروري ان تتوفر في هذه العبارة جملة من الشروط التي يستوفيها كل تعريف:

١ ــ يجب ان يتألف التعريف من حدود اولية primitive terms تتميز بكونها «اولية غير قابلة للتعريف ويستلزم هذا ان يتكون التعريف من حدود غير معرفة » (٩) ويشير هذا ان نميز في التعريف :

١ ــ الحدود اللامعرّفة او اللامعرّفات Indefinables

٢ ــ الحدود المعرّفة او المعرّفات Definables

وعلى هذا الاساس فان كل معرفة علمية تبدأ في رأى «ارسطو» باختيار مجموعة من الحدود الاولية،وان عملية اختيار هذه الحدود تخضع لشروط منطقية معينة ، وعن طريق الاستعانة بتلك الحدود نستطيع بناء الحدود الباقية ولاجل ذلك فان «ارسطو » لم يسلم في بنائه المنطقي بأي حد بصورة عشوائية «ما لم حد أوليا في هذا الحقل من المعرفة العلمية اوحدا معرفا عن طريق ذلك الحد الاولى أو الحد اللامعرف » (١٠) وهـذا يبرز الدور الذي تلعبه اللامعرفات في بناء اسس العلوم اذا ان كل تعريف يشييد بنائه المعرفي بالاعتماد على اللامعرفات ، « التي تتميز بكونها حدودا واضحة ودقيقة وبينه بذاتها »(١١) وبذلك فان عملية تعريف الحدود الاخرى يتم بواسطة اللامعرفات ،فالنقاط على سبيل المثال،تدخل حدود أولية في تعريف الخط

وكذلك الحال بالنسبة للمستوى اذ ان «الخط» يدخل حدا اوليا في بنائه وقد ادرك ارسطو ذلك فحدد الخط المستقيم بكونه «اقرب مسافة بين نقطتين» والمثلث بكونه «سطحا مستويا محاطا بثلاثة خطوط مستقيمة» (١٣) .

يظهر من هذا ان الحدود خط مستقيم «ومثلث» تمثل حدودا ثانوية او حدودا معرفة ولاجل هذا اعتقد «ارسطو» في ان كل علم يجب ان تكون له حدود اولية دقيقة وعن طريقها نستطيع تحديد الحدود الباقية وتكون الحدود الاخيرة حدودا معرفة عن طريق الحدود الاولى (١٤) .

ب — ويشترط في التعريف ان يكون مساواة بين حدين وهذا يعني ان نستبدل الحد الذي يراد تعريفه بالحد المعرف فاذا اردنا تعريف المثلث على سبيل المثال فان تعريفه يجب ان يتألف من مجموعة من الحدود التي تكون بعدد المبادىء التي تؤلف جوهر المثلث (١٥) .

ج — ويستلزم في التعريف ان يكون دقيقاً وبمعنى اخر ان لايكون غامضا او يثير الالتباس ويشترط هذا ان يتوفر في التعريف، وفي لغته الدقة والوضوح (١٦) .

د — يجب ان يكون التعريف جامعا مانعا ويشترط هذا ان ينحصر التعريف في حدود مايراد تعريفه وان لايتضمن اى حدود زائدة اذا اريد به ان يكون مانعاً (١٧) .

هـ — ينبغي ان يتألف التعريف من جنس مايراد تعريفه وكذلك من فصله الخاص به وهذه هي الميزة الاساسية التي تميز شيئا ما من الاشياء وقد اشار ارسطو إلى ذلك فذهب إلى ان المعرف اذا حاول تحديد شيء ما فمن الضروري ان يحدده في البداية في جنسه فاذا قصد تعريف «المثلث» فانه يحاول تحديده اولا «كسطح مستوٍ» باعتبار ان السطح المستو جنس يشترك فيه المثلث مع اشكال هندسية اخرى وعلى هذا الاساس فان المثلث من حيث هو سطح مستوي لم يكن تعريفاً تاما شاملا ، ولاستكمال ذلك يشترط ان يضاف اليه فصله الخاص به والذي يتحدد «بانه سطح مستو ، محاط بثلاثة خطوط مستقيمة (١٨) » .

و — ويشترط في التعريف ان لايكون دائريا Circular اى لايمكن ان نعرف ماهو اولي من الحدود من خلال ماهو ثانوي بعد ان عرفنا ماهو

ثانوي في حدود ماهو اولي (١٩) ولاجل ذلك فقد رفض ارسطو التعريف الدائري من حيث لانستطيع ان نحدد « النقطة » في حدود الخط المستقيم. وسبب ذلك يعود إلى ان النقطة تدخل حدا في تعريف الخط المستقيم في حين لانجد ان الخط المستقيم يظهر حدا في تعريف النقطة (٢٠) .

البرهان Demonstration :

٣ ــ يمثل البرهان طريقة منطقية توسل بها ارسطو لتشييد بنائه البديهي في المنطق وقد افرد لذلك كتابيه التحليلات الاولى والتحليلات الثانية وان دراسته لهذا الموضوع تشكل دراسة منهجية ونقصد بالدراسة المنهجية ان ارسطو قد حدد قبل كل شيء موضوع البحث والعلم الذي يهتم به فذهب إلى «ان موضوعه البرهان وان العلم الذي يهتم به هو العلم البرهاني » (٢١) .

وان البرهان في رأية قياس Syllogism لذلك هدف إلى تحديد القياس ، فحدده بانه قول اذا وضعت فيه اشياء اكثر من واحد لزم شيئا ما اخر من الاضطرار لوجود تلك الاشياء الموضوعة بذاتها (٢٢) وهذا يعني ان القياس طريقه علمية تتألف من ثلاث قضايا مقدمتان ونتيجة واحدة تلزم عنهما بالضرورة ، ويعد القياس بهذا المعنى «نظرية الزامية Implicational بين مقدمتين ونتيجة (٢٣)

توجه بعد ذلك إلى تحديد المقصود بالمقدمة فذهب إلى انها «قول يوجب شيئا لشيء او يسلب شيئا عن شيء » (٢٤) ثم حدد النتيجة بانها : شيء مقول على شيء (٢٥) بالاضافة إلى ذلك وجد بان كل مقدمة في القياس تتألف من حدين ــ اما موضوع او محمول ــ (٢٦) كذلك نشد إلى تعريف الحد فعرفه بكون «ما اليه تنحل المقدمة» (٢٧) .

يبدو من كل ماسبق ان نظرية ارسطو القياسية ، وكذلك الحال في كل معرفة علمية تبدا بحثها باختيار مجموعة من الحدود التي تمثل اللبنات الاساسية تتخطى بعد ذلك إلى بناء المقدمات عن طريق الاستعانة بالحدود لذلك انحصر هدف ارسطو في تأسيس المعرفة العلمية عن طريق ترتيب هذه المقدمات او القضايا في نظام متين تام نتمكن عن طريقة البرهنة على جميع القضايا التي تنتمي الى

هذا العلم (٢٨) غير ان ارسطو لم يقف عند هذا الحد بل استهدف في نظريته التمييز بين :

١ – بديهيات Axioms النظرية الاستدلالية وما يسمى بالاقيسة الكاملة Perfect لذلك حدد القياس الكامل – او البديهية – بانه «القياس الذي لايحتاج في بيان مايجب عن مقدماته إلى استعمال شي غيرها » (٢٩) .

ب – مبرهنات Theorems النظرية الاستدلالية او مايسمى بالاقسية الناقصة Imprefect فذهب إلى تحديد القياس الناقص – او – المبرهنة – بانه القياس الذي يحتاج في بيان مايجب عن مقدماته إلى استعمال شيء واحد او اشياء مما هو واجب عن المقدمات التي الف منها ، غير انها لم تكن استعملت في المقدمة (٣٠) .

ان هدف ارسطو من تمييزه بين الاقيسة اختيار بديهيات لنظريته القياسية وعلى هذا اختار ضروب الشكل الاول First Figure بديهيات لنظريته باعتبار ان هذا الشكل هو القياس الكامل الوحيد (٣١) وان هذا الاختيار للشكل الاول ، لم يأت بشكل عشوائي بل نتيجة لاعتقاد ارسطو بان الارتباط بين المقدمات والنتيجة في القياس الكامل يكون واضحا بذاته ولايحتاج إلى قضايا اخرى تحدد معناه اذ ان الاقيسة الكاملة قضايا بينة بذاتها لاتحتاج إلى برهان(٣٢)

كما ان حصر ارسطو للاقسية الكاملة في ضروب الشكل الاول وهي : Barbara (٣٣) ، Celarent(٣٤) ، Ferio (٣٥) ، Darii(٣٦) يدل على انه قد سلم بالاقيسة الكاملة بديهيات لنظريته من حيث انها قضايا صادقة وبينة بذاتها ولاتحتاج إلى برهان لذلك نشد إلى اقامة البرهان على الاقيسة الناقصة (المبرهنات) عن طريق الاستعانة بالاقيسة الكاملة (البديهيات) .

وان ارسطو لم يقف عند هذا بل ذهب إلى رد الضربين الثالث والرابع إلى الضربين الاولين وبذلك اتخذ الضربين Barbara ، Celarent بديهتين في بنائه المنطقي لانهما اكثر الاقيسة وضوحاً .. وعلى هذا الاساس رد مبرهنات المنطق الكثيرة إلى بديهيات قليلة العدد (٣٧) ويتضمن هذا بالاضافة إلى ماسبق في ان صحة Validity الاشكال الاخرى (الاقيسة الناقصة) تتكشف

عن طريق ردها إلى الشكل الاول (الاقية الكاملة) (٣٨) .

٤ — نشد ارسطو من رد الاقيسة الناقصة إلى الاقيسة الكاملة ، تقليص عدد الاقيسة لوضع بديهيات قليلة تخص نظريته القياسية ، وقد ادرك ان عملية اقامة البرهان على المبرهنات المنطقية ، لا يمكن ان تتم من دون طريقة لذلك وضع طريقة الرد Reduction ونقصد بالرد عملية منطقية «نقوم بها على عمل الاقيسة الناقصة اقيسة كاملة،وذلك باتباع خطوات منطقية استدلالية إلى ان نصل إلى البديهيات الموضوعة في بداية النظام المنطقي» (٣٩)

ان استعانة ارسطو بطريقة الرد لاقامة البرهان على مبرهنات النظرية الاستدلالية، عن طريق اللجوء إلى البديهيات تشير بوضوح إلى الدور الذي تلعبه هذه الطريقة في البناء المنطقي وان هذا الدور ينحصر في ان طريقة الرد ماهي الا برهان ردى،ورب سائل يتسائل : ماالمقصود بالبرهان الردى ؟ ونعني بالبرهان الردى عملية ارجاع المبرهنات إلى البديهيات كما وان دور هذه الطريقة لايقف عند هذا الحد بل يتسع ليشمل الرياضيات كذلك ويعود هذا إلى ان عالم الرياضيات يستعين بها في الانتقال من المبرهنات الى قضايا اكثر صدقا وقد «اشار ارسطو إلى هذا المعنى مؤكدا على ان طريقة الرد هي الطريقة النموذجية للاكتشاف الرياضي » (٤٠) وتقوم طريقة الرد المنطقية على نوعين من البراهين .

١ — البرهان بالجزم Ostensive demonstration

ويتحدد هذا البرهان بكونه طريقة رد مباشرة Direct reduction وهي محاولة الانتقال من المبرهنات إلى البديهيات بواسطة قوانين العكس Conversion وذلك يعود إلى ان هذه القوانين تؤدى إلى الشكل الاول (٤١) وقد استخدم ارسطو في هذا البرهان قوانين العكس الثلاثة الاتية .

١ — قانون عكس الكلية الموجبة :

أ A ب ← ب I أ

٢ — قانون عكس الكلية السالبة :

أ E ب ← ب E أ

٣ – قانون عكس الجزئية الموجبة : – (٤٢)

أ I ب ← ب I أ

ب – البرهان بالخلف : Reductio ad impossible

ويتحدد هذا البرهان بكونه طريقة رد غير مباشر Indirect reduction ويعتمد هذا البرهان على قوانين «نفي النقيض»(٤٣) وتتحدد هذه القوانين بالشكل الآتي .

١ – قانون نفي الجزئية الموجبة :

~(أ I ب) ← أ E ب

٢ – قانون نفي الجزئية السالبة :

~(أ O ب) ← أ A ب

وفي خاتمة هذا العرض ارى لزاماً عليّ ان اشير الى ان هناك اختلافاً بين البرهان بالجزم وبين البرهان بالخلف من حيث ان «مقدمات البرهان بالجزم هي قضايا نسلم بانها قضايا صادقة ، بينما يتميز البرهان بالخلف بان أحدى مقدماته تتحدد بكونها كاذبة»(٤٥) ومن الضروري ان أشير ايضاً الى ان براهين النظرية الاستدلالية هي براهين الزامية Implicatinal ونعني بالالزام ان المبرهنة تتبع البديهيات بالضرورة وعلى هذا الاساس فان الالزام ضروري من جهة «اننا لانستطيع ان نحصل على نتيجة كاذبة من مقدمات صادقة (٤٦) » .

المقصود بهندسة اقليدس :

٥ – نعني بهندسة «اقليدس» نظاماً يتألف من مجموعة من التعريفات ومن مجموعة من القضايا التي تمثل ابنية اعقد من التعريفات وان هذا النظام يتألف بالاضافة الى ذلك من مجموعة من الاستدلالات الالزامية ونقصد بالاستدلال الالزامي ، أن المبرهنات الهندسية تتبع البديهيات بالضرورة وان صدق المبرهنات يعتمد على صدق المقدمات ، فاذا صدقت المقدمات ، فمن الضروري ان تصدق النتائج :

وهذا يعني ان نميز في مكونات الاستدلال الهندسي بين القضايا الاولية والقضايا الثانوية وبمعنى اخر بين البديهيات والمصادرات وبين المبرهنات المشتقة منها منطقياً(٤٧)

تبدأ هندسة أقليدس بمجموعة من التعريفات ومن هذه التعريفات :

آ ــ النقطة : ــ وضع لاسمك ولاطول ولا عرض له (٤٨)

ب ــ الخط المستقيم : ــ طول لاسمك ولا عرض له (٤٩)

غير ان «اقليدس» سرعان ما طرح تعريف للخط المستقيم في نهاية البرهان على المبرهنة القائلة« مجموع اي ضلعين في المثلث اكبر من الضلع الثالث» أنه : اقصر مسافة بين نقطتين (٥٠)

ج ــ المثلث : ــ سطح مستو محاط بثلاثة خطوط مستقيمة (٥١)

ومن الضروري ان أشير في البداية الى ان اقليدس قد وقع في خطأ عندما طرح تعريفاً للنقطة لان هذا التعريف لايحدد طبيعة النقطة وكذلك الحال بالنسبة للخط المستقيم ــ لان هذا التعريف لايشير الى شيء وكان من المفروض به أن يسلم بالنقطة حداً اولياً لايحتاج الى تعريف (٥٢) ، ولاجل هذا وجه عدد من الرياضيين المتأخرين نقداً لمحاولة « اقليدس» بخصوص التعريفات ، ذاهبين الى تثبيت قواعد محددة لبناء التعريفات . وهذه القواعد تنحصر في ناحيتين :

١ ــ التسليم بمجموعة من الحدود الاولية الواضحة التي لا يمكن تعريفها لانها بينة بذاتها ، وكان من المفروض على اقليدس في هذا المجال التسليم بان النقطة والخط هي الحدود الاولية .

٢ ــ عملية تعريف الحدود الباقية عن طريق الاستعانة بالحدود الاولية ومثال ذلك تعريف المستوى سواءا أكان مثلثاً او مربعاً او مستطيلا ، أم جسماً عند أقليدس (٥٣) .

ومن اللازم ان اشير ايضاً الى ان اقليدس قد أدرك بان البناء الهندسي لايمكن ان يقوم من دون أيجاد تعريفات ، لان التعريفات تمثل اللبنات الاساس لهذا الموضوع وان النظام الذي يبدأ بهذه المكونات يتميز بكونه نظاماً منطقياً تاماً بذاته Logical self sufficient system (٥٤) وعلى هذا الاساس اتخذ «اقليدس» النقطة ركيزة اساسية في تشييد بنائه الهندسي ، أذ اعتمد عليها في بناء الخط

المستقيم لانها تدخل حدا أولياً في بنائه وكذلك فان الخط المستقيم يدخل اولياً في بناء المثلث .

وان هذا التحديد يجعلنا ان نميز بين النقطة والخط من ناحية وبين الخط والمستوى من ناحية اخرى والى التأكيد على ان «اقليدس» قد أدرك بان علم الهندسة يجب ومن الضروري ان يبدأ بحثه بجملة من الحدود الاولية الواضحة والبسيطة والتي تتميز بكونها حدوداً غير معروفة من حيث انها لا تحتاج الى بيان معناها الى حدود اخرى في حين تستعين بها وتعتمد عليها حدوداً اخرى لتحديد معناها ولاجـــل ذلك استهدف «اقليدس» تحديد بعض المفاهيم الهندسية من خلال ايجاد تعريفات لها عن طريق الحدود الاولية التي ثبتها في بداية النظام، ، وهذا لم يأت اعتباطاً بل أدراكاً منه لدور التعريف في بناء المبادىء وأختيـار المفاهيم في علم الهندسة (٥٥) .

نلخص من كل هذا الى ان اقليدس قد ميز في بنائه :

أ ـــ الحدود غير المعرفـة Undefined terms وهـي «النقطة» في هندسة الخطوط ــ والخط في هندسة المستويات ــ وسبب ذلك يعود الى ان النقطة» مفهوم اولي يدخل في تحديد الحدود الاخرى ولهـذا فقد منحهـا «اقليدس» دوراً مهماً في بناء المفاهيم الهندسية الاخرى لكونها حداً غير معرف تحتاجـه الحدود الاخرى .

ب ــ الحدود المعرفة Defined terms : وهي « الخط المستقيم » في هندسة الخطوط ــ والمثلث والمستوى في هندسة المستويات ــ وهي مفاهيم ثانويـة تحتاج الى المفهوم الاولي ــ النقطة ــ في بنائها المعرفي .. واستناداً الى ما سبق يظهر لنا بشكل جلي ان «اقليدس» أدرك في بنائه ، أن المستوى اقل جوهرية من الخط والخط من النقطـة وهـذا واضح من أن المستوى يعتمـــد في تحديـده على الخط ــ والخط على النقطه ــ بينما تظل المفاهيم الاخرى لاتحتاجـه ولا تعتمد عليه وهذا يعني ان اقليدس قد رد المفاهيم الثانوية الى المفاهيم الاوليـة (٥٦)

وان العودة الى كتاب «الاصول» تكشف لنا بشكل واضح : ان «اقليدس» في تعريفه للحدود مثل المثلث والمربع والمستطيل والدائرة .. قد التزم بجملة شروط سبق ان حددها «ارسطو» في محاولته المنطقية — منهـا : انه حصر التعريف في جنس ما يراد تعريفه ، ثم اضاف اليه فصله الخاص به ، فنرى ان تعريف المثلث كما ورد في «الاصول» : كسطح مستوى محاط بثلاثة خطوط مستقيمة يتألف من الحد «سطح مستوٍ» وهو جنس المثلث الذي يشترك فيه مع سطوح مستوية اخرى . في حين نجد ان الحد «محاط بثلاثة خطوط مستقيمة» يمثل فصل المثلث الخاص به والذي يميزه عن السطوح المستوية الباقية . وقد اشترط في لغة التعريف ايضاً ان تكون دقيقة من حيث ان الحدود التي أختارهـا في بناء التعريفات تتميز بكونها واضحة ودقيقة وبينة بذاتها وكذلك نجد في محاولته بان التعريف لايحتوي على اى حدود زائدة — أذا استثنينا تعريفه للنقطة والخط — ويعني هذا أنه اشترط في التعريف ان يكون جامعاً مانعاً . وان التعريف عنده بالاضافة الى ذلك مساواة بين حـدين ونقصد بذلك ان مجموعة الحدود التي يتألف منهـا التعريف يجب ان تكون بعدد المبادىء التي تؤلف جوهر المثلث على سبيل المثال كما أن «اقليدس» قد أبعد عن محاولته التعريف الدائري وهو التعريف الذي يقوم على تعريف «الخط المستقيم مثلا بحد «المثلث» ومن الضروري ان أشير الى أننا لانجد أثراً لهذا النوع من التعريفات في كتابه الاصول وننتهي من هذا الى أن «اقليدس» قد طرح محاولة في التعريفات الهندسية بوحي وأثراً ارسطو . (٥٧) .

٦ - - يتميز البرهان بكونه معرفة علمية ذات درجة عالية نحاول فيه الانتقال من بعض القضايا المحددة في هذا الحقل من المعرفة العلمية الى نتائج تستلزمها تلك القضايا بالضرورة وهذا يعني ان البرهان عُملية اشتقاق قضايا صادقة من مقدمات او قضايا صادقة لاتحتاج الى برهان (٥٨)

والبرهان في منطق ارسطو يتحدد بكونه قياساً علمياً Scientific Syllogism يسلم بالمعرفة الصادقة (٥٩) .

وان البرهان — وفقاً لما سبق — قد تحدد بكونه عملية استدلالية تعتمد على مقدمات صادقة وان هندسة «اقليدس» هي الاخرى تتميز بكونها علماً أستدلالياً Deductive Science او ان استطعت فقل ان البراهين السائدة في هذا البناء هي براهين استدلالية (٦٠) ويشترط في كل علم استدلالي ، ان تتوفر فيه عدة امور منها : —

١ — افتراض مجموعة من القضايا التي تخص هذا العلم ويشترط في هذه القضايا ان تكون صادقة true وغير قابلة للبرهان Indemonstrable .

٢ — ان قضايا العلم الاخرى تشتق derived من القضايا الاولى .

٣ — ان عملية الاشتقاق يجب ان تكون صورية formal (٦١) .

ويعني هذا أن «اقليدس» ثبت في بداية نظامه مجموعة من القضايا الهندسية الصادقة استهدف بعد ذلك التثبت من صدق القضايا الاخرى ، عن طريق اشتقاقها من القضايا الاولى وبمعنى آخر أن أدراك «اقليدس» ان الهندسة علم استدلالي قاده الى وضع القضايا الهندسية وفق نظام منطقي Logical system كما هو الحال عند «ارسطو» (٦٢) ويظهر من هذا أن «اقليدس» قد تنبه الى ان العملية البرهانية لاتقوم من دون وضع مقدمات صادقة يتم الانتقال منها الى النتائج ، وهذه النتائج هي المبرهنات الهندسية وان التثبت من صدق هذه المبرهنات مرتبط بصدق المقدمات الموضوعة وهذا يدل دلالة واضحة على ان هنالك علاقة الزام منطقي Logical implication بين البديهيات والمبرهنات (٦٣)
ويبرز من خلال تحليل المقدمات الاولية في بناء «اقليدس» بانه اشترط في بناء القضايا ان لايشير الى اي تناقض . وهذا يدل على ان بناء القضية الهندسية يخضع الى مبداء منطقي هو مبدأ عدم التناقض الذي ينص على انه : من المستحيل ان تكون «آ» هي «آ» ولا «آ» في آن واحد (٦٤) . ويشير هذا الى ان القضية الهندسية اذا أريد لها ان تكون متينة ودقيقة فانه يشترط فيها ان تكون خالية من التناقض وبالتالي ان تخضع لهذا المبدأ المنطقي . ويظهر هذا ايضاً الدور الذي يلعبه

هذا المبدأ في الكشف عن طبيعة بناء المقدمات وفروض علم الهندسة . وهذه حقيقة لاتزال ذات اثر في بناء النظريات العلمية ومن أجل ذلك ذهب رايخنباخ الى ان كل علم يستعين بمبدأ عدم التناقض عند بناء او افتراض مبادئه ، لكي يصل الى أتساق هذه المبادىء بعضها ببعض وكذلك اتساق المفاهيم بعضها ببعض في المبدأ الواحد (٦٥).

٧ – لقد هدف اقليدس من بناء الهندسة وتأسيسها على مبادىء اولية صادقة وضرورية الى بيان موقفه من المعرفة الهندسية ويبدو انه أدرك بانه من غير الممكن ان تكون جميع قضايا الهندسة قضايا برهانية وانه من الضروري ان تبدأ بمقدمات لاتحتاج الى برهان في النظام الذي تنتمي اليه وقد كشف عن موقفه بشكل واضح عندما منح مقدمات البرهان الضرورة والصدق وعدم اقامة البرهان عليها (٦٦) . كما يتأكد ذلك ايضاً من خلال رفضه للبرهان الدائري Circular Demo nstartion وعدم استخدامه في بنائه . أذ لم نجد في ذلك البناء ولانعثر على ملامح تؤكد بانه اقام البرهان على البديهيات بواسطة بديهيات اخرى ، او عن طريق مبرهنات سبق البرهان عليها (٦٧) .

وان المنطق يشترط في البديهيات جملة من الشروط التي يستلزم ان تستوفيها ، وهذه الشروط تتحدد في : ان تكون المقدمة صادقة ، ومباشرة ، واولية ، ومعروفة افضل واسبق من النتيجة ، وان تكون سبباً للنتيجة ومناسبة (٦٨). ونحاول في ضوء هذا التحديد لشروط البديهيات تحليل مقدمات البرهان في هندسة «اقليدس» ولاجل ذلك نحاول طرح السؤال الآتي : كيف تكون المقدمات الاولية في الهندسة صادقة ؟ ان الاجابة تتحدد في ان «اقليدس» اختار هذه القضايا من بين جميع القضايا الهندسية الاخرى وافترض صدقها وان افتراض «اقليدس» لصدق البديهيات كان من أجل سلامة المبرهنات المشتقة منها هذا من جهة وأننا لانعثر من جهة أخرى في هندسته على مبرهنات كاذبة قد أشتقت من بديهيات صادقة . وذلك يعود الى ان صدق البديهيات يتكشف من خلال اتساق هذه المقدمات بعضها مع البعض الآخر وكذلك في ضوء الالزام المنطقي بين المقدمات والنتائج (٦٩) .

وربّ سائل يتسائل : كيف تكون مقدمات البرهان الهندسي اولية ؟ تكمن الاجابة في ان «اقليدس» لم يقم البرهان عليها من حيث انها غير محتاجة اليه ويعني هذا ان القضايا الاولية قضايا بينة بذاتها ولا تفتقر الى البرهان في النظام الذي تنتمي اليه (٧٠) . غير ان هذا الشرط غير كاف لاعتبار البديهية الهندسية قضية اولية ولذلك نستطيع القول ان البديهية تكون اولية من حيث انها مباشرة اي لاتوجد قضية اسبق منها وانها معروفة افضل من النتيجة (٧١) .

اما كيف تكون المقدمة مباشرة ؟ فان قصده يتحدد في كون المقدمة مباشرة من حيث لاتوجد مقدمة اقدم منها (٧٢) ، واما كيف تكون المقدمة سبباً للنتيجة واعرف منها ؟ فان هذا يتحدد في ان «اقليدس» قصد من ذلك بان مقدمات البرهان يجب ان تكون سبباً في ايجاد المبرهنة من حيث ان المبرهنة قد اشتقت من بديهية موضوعية في بداية النظام الهندسي (٧٣) . اما كيف تكون المقدمة مناسبة ؟ فان ذلك يعني ان نستخدم في البرهان مقدمات تخص كل حقل خاص من حقول المعرفة العلمية ، وهذا يعني ان نستخدم مقدمات هندسية في البرهان الهندسي ونجد ذلك بشكل واضح في كتابه «الاصول» أذ لم نعثر في محاولة «اقليدس» البرهان على مبرهنات هندسية عن طريق الاستعانة بقضايا علوم أخرى (٧٤) .

٨ — تقوم هندسة «اقليدس» على نوعين من القضايا : —

١ — الفروض hypotheses : وهي قضايا نفترض صدقها ، من حيث انها قضايا ضرورية لايمكن البرهان عليها ، وانها ضرورية تحقيقاً لمبدأ عدم امكانية قيام معرفة علمية من دون مقدمات او فروض ومعنى هذا وجوب التسليم بصدق مجموعة من القضايا باعتبارها لاتحتاج الى برهان (٧٥) . وان أختيار هذه الفروض يجب ان يخضع لجملة من الشروط منها الدقة والوضوح والمتانة (٧٦) . وقد طرح «اقليدس» في بنائه الهندسي عشرة فروض استند اليها في رد او اشتقاق جميع القضايا الهندسية الاخرى . وهذه الفروض تنقسم

الى مجموعتين: —

المجموعة الاولى : وتضم المفاهيم العامة Common notions (٧٧) او البديهيات axioms وقد حصر « اقليدس » عددها في خمس قضايا وهي :

أ ـ الاشياء المساوية لشيء واحد متساوية .

ب ـ أذا أضيفت كميات متساوية الى اخرى متساوية تكون النتائج متساوية .

ج ـ أذا طرحت كميات متساوية من أخرى متساوية تبقى النتائج متساوية .

د ـ الاشياء المتطابقة متساوية .

هـ ـ الكل اكبر من الجزء (٧٨) .

وتشكل القضايا السابقة مقدمات البرهان الهندسي وان هذه القضايا تتميز بكونها واحدة في اكثر من علم واحد ، من حيث انها تدور حول الكمية (٨٠). ونقصد بانها تستخدم في اكثر من علم واحد وذلك لان علم الحساب يستخدم البديهيات السابقة في حقله وكانها مبادىء حسابية وان علم الهندسة يستخدمها أيضاً وكأنها مبادىء هندسية ويعود سبب ذلك الى الطبيعة المشتركة لهذه العلوم وان هذه البديهيات تعبر عن تلك الطبيعة المشتركة (٨١) .

وان الافكار العامة عند «اقليدس» في رأى اكثر من باحث هي في اي معنى من المعاني تشبه بديهيات ارسطو (٨٢). ومهما يكن المعنى الذي قصده «اقليدس» بالبديهيات فان العلم الذي يراد به ان يكون ضرورياً لابد ان يكون بناؤه يعتمد على البديهيات لان البديهية قضية صادقة مسلم بها لاتحتاج الى برهان في النظام الذي تنتمي اليه .

ومن الضروري ان أشير ايضاً الى ان اهتمام «اقليدس» في هندسته انصب على ايجاد استدلال متين او بمعنى آخر : هل ان هندسة اقليدس جميعها هندسة استدلالية او برهانية ولاجل ذلك يمكن طرح السؤال الآتي :
لماذا لم يبرهن « اقليدس » على صحة البديهيات ؟ او بمعنى آخر : أذا كانت الرياضيات بشكل عام والهندسة بشكل خاص ، تقوم بكل اعمالها عن طريق المنطق الصرف فلم لا تبرهن على صحة البديهيات ؟ تتحدد الاجابة بانه ليس

بامكاننا ان نبرهن على شيء ما من لاشيء وانه يجب ان يكون لدينا ما نستند اليه في اقامة برهاننا الاول هذا من جهة ومن جهة اخرى فقد عمد « اقليدس» ردا منه على وجوب تقبل هذه البديهيات دون برهان الى محاولة انتقائها بشكل تكون صحتها معه امرا مسلماً به(٨٣)، وذلك فان هندسة اقليدس لم تكن جميعها معرفة برهانية ،لان هناك حقائق لم يقم عليها البرهان ومنها الفروض الهندسية (بديهيات مصادرات) .

المجموعة الثانية :—وتضم المصادرات postulates اي المسلّمات وهي مبادىء تخص علم الهندسة فقط وقد حصر « اقليدس» هذه المبادىء في خمس قضايا وهي :

أ— من الممكن رسم خط مستقيم بين نقطتين .

ب— يجوز مد قطعة المستقيم من جهتها الى غير حد .

ج — يمكن رسم دائرة ، أذا علم مركزها ونصف قطرها .

د — جميع الزوايا القوائم متساوية.

هـ — أذا قطع مستقيمان بمستقيم ثالث ، بحيث كان مجموع الزاويتين الداخليتين الواقعتين على جهة واحدة من القاطع ، أقل من قائمتين فان المستقيمين يتلاقيان في تلك الجهة من القاطع أذا مد الى غير حد (٨٤) .

وتشير هذه القضايا الى ان المصادرات عند «اقليدس» تدل على عمليات بناء للقضايا في المفاهيم او الحدود الهندسية وان المصادرات هي على هذا الاساس قضايا تختلف من حقل الى حقل آخر من حقول المعرفة العلمية فهي تمثل قضايا هندسية في علم الهندسة وقضايا حسابية في علم الحساب وقد أشار «هيت» الى هذا المعنى مؤكداً ان لكل علم خاص مصادراته الخاصة به (٨٥) .

ومن الجدير بالذكر ان «أقليدس» قد ميز في نظامه الهندسي بين البديهية والمصادرة على اساس ان البديهية مقدمةاولية ضرورية لاتحتاج الى برهان وقد تشترك في اكثر من علم واحد بينما المصادرة مقدمة خاصة بموضوع البحث وذات

صلة بموضوع واحد بعينه(٨٦)ويشير هذا إلى الاختلاف بين البديهيات والمصادرات من حيث ان البديهيات بالنسبة لاقليدس قضايا مشتركة تدور حول الكمية مثال ذلك : الاشياء المساوية لشي واحد متساوية اما المصادرات فقد اعتقد « اقليدس » بأنها تقول شيئاً حول امكانية البناء Construction ومثال ذلك: من الممكن رسم مستقيم بين نقطتين ومثل هذا النوع من العبارات تشكل اسساً اقام عليها اقليدس بناؤه الهندسي (٨٧).

٢ ـ المبرهنات Theorems : وتضم مجموعة من القضايا الهندسية المشتقة من المقدمات الاولية وقد حصر اقليدس هذه القضايا في ثمان واربعين مبرهنة تمكن من اقامة البرهان عليها عن طريق اشتقاقها من المصادرات (٨٨). ومن الامثلة على هذه المبرهنات مايأتي.

أ ـ اذا تلاقى مستقيمان فان مجموع الزاويتين المتجاورتين يساوي زاويتين قائمتين (٨٩).

ب ـ اذا قطع مستقيمان بقاطع واحدث معهما زاويتين متبادلتين متساويتين كان المستقيمان متوازيين (٩٠).

ج ـ اذا تباينت زاويتان في مثلث فالضلعان المقابلان لهما يتباينان ايضاً ويكون اكبرهما هو الذي يقابل الزاوية الكبرى (٩١).

تشكل المبرهنات السابقة قضايا مشتقة من المقدمات ويعني هذا أن البرهان هو الوسيلة في اثبات كونها مشتقة من البديهيات والقضايا المفروضة وفي عملية البرهان او الاشتقاق يظهر عامل الاستدلال المنطقي باجلى صوره حيث يتم الانتقال من قضية إلى اخرى لازمة عنها بالضرورة حتى ينتهي الاستدلال إلى القضية التي اردنا البرهان عليها (٩٢).

٩ ـ لقد توسل(اقليدس) في بنائه الهندسي، بطريقة البرهان المنطقية لاشتقاق ورد المبرهنات الكثيرة إلى المقدمات الاولية القليلة العدد ولكشف طبيعة هذا البرهان واستخدامه في هندسة اقليدس ارى من الضروري ان احدد قواعد

البرهان بالشكل الاتي :

١ – يسلم البرهان في البداية التميز بين نوعين من القضايا :

أ – قضايا واضحة وبينه بذاتها، لاتحتاج إلى قضايا اخرى يطلق عليها البديهيات والمصادرات.

ب – قضايا غير واضحة بذاتها وتحتاج إلى القضايا الاولى في البرهان ويطلق عليها المبرهنات.

٢ – يعتمد البرهان في سبيل البرهنة على جميع المبرهنات اما على البديهيات او على المصادرات او على مبرهنات سبق البرهان عليها (٩٣).

وان المبرهنة، كما سبق ان اشرنا، هي القضية التي تنتهي عندها العلمية البرهانية وهذا يعني ان البرهان هو عملية اشتقاق، وان عملية الاشتقاق تشترط ان يتوفر بين المقدمات الاولية والمبرهنة علاقة منطقية، وهذه العلاقة هي رابطة الالزام المنطقي Logical implication ومن دون توفر هذه الرابطة يستحيل ان يتم البرهان عمله وقد تحددت هذه الرابطة في البداية في المنطق باالشكل الاتي : اذا صدقت المقدمات فمن الضروري ان تصدق النتائج (٩٤) وانتقلت بعد ذلك الى مجال اوسع فلعبت دورا مهما في العلوم بشكل عام وفي هندسة « اقليدس » بشكل خاص . اذ نلحظ في بناء « اقليدس » ان افتراض صدق المقدمات يؤدي بالضرورة الى صدق النتائج المشتقة منها باستدلال منطقي (٩٥) ويعني هذا في جملة ما يعينة ، ان البراهين هي الاسمنت الذي يمسك البناء الهندسي بعضه بالبعض الآخر ، فبالبرهان ترتبط كل مبرهنة بما سبقها من بديهيات وتعريفات ومبرهنات سبق البرهان عليها (٩٦).

ونصل من كل هذا الى ان المبرهنات الهندسية قضايا نبرهن على صدقها عن طريق صدق البديهيات او المصادرات يتوفر علاقة الالزام المنطقي وتشترط هذه العلاقة ان تتألف كل مقدمة من مقدمات البرهان من موضوع subject ومحمول predicate(٩٧) ويعتمد الالزام المنطقي كذلك على الحد الاوسط (٩٨).

والذي يكـــون مستغرقـا في كلتـا المقدمتين واذا اردنـــا ان نبين ذلك بشكل اوضح ، فمن الضروري ان نرمز لموضوع المقدمة بالرمز « آ » ، ولمحمولها بالرمز « ب » ، ولمحمول المقدمة الثانية بالرمز « ج » فاننا نحصل على الشكل المنطقي التالي مع مايشبهة من تطبيق له في بناء « اقليدس » الهندسي :

المنطق :	هندسة اقليدس :
كل آ هي ب	B ⊳ = A ⊳
وكل ب هي ح	C ⊳ = B ⊳
اذن كل آ هي ح	C ⊳ = A ⊳ .·.

نخلص من هذا الى ان البراهين السائـدة في هندسة « اقليدس » « هي » براهين الزاميـة اوقوانين قياسيـــة syllogistic laws (٩٩) ونعني بذلك ان البرهـان الهندسي هو عملية اشتقاق قضايا صادقة عن طريق وضع مقدمات صادقة في بداية النظام ، وان هذه المقدمات صغيت وفق نظام منطقي يتحدد فيها موضوع القضية ومحمولها . وان هناك حدا اوسط مستغرقـــا في مقدمتي البرهان . وان صح التعبير فان الحد الاوسط يمثل قنطرة للأنتقال من المقدمات الى النتيجة . وعلى هذا يتحـدد الدور الذي يلعبه هذا الحد في اتمام العملية البرهانية من حيث ان صدق القضايا التي حصلنا عليها يرتبط بصدق المقدمات ويعني هذا بلغة منطقية ان هناك علاقة بين المقدمات والنتيجة المشتقة منها وهذه العلاقة هي رابطة الالزام المنطقي وان الالزام المنطقي يبرز لنا حقيقة منطقية لعبت دورا مؤثرا في هندسة « اقليدس » وهذه الحقيقة ترتبط بمعيار الصدق المنطقي والذي يتحدد بالشكل الاتي :ـ اما من مقدمات صادقة ، فلايمكن الحصول على نتيجة كاذبة (١٠٠) . ويبدو من خلال استقراء محاولة اقليدس الهندسية انه قد ادرك قيمة هذا المعيار المنطقي في بنائه اذ لم يستطيع « اقليدس » حيث لم نستطيع العثور على شيء من ذلك اشتقاق قضايا كاذبة من مقدمات صادقة في برهان صحيح ، وقد استخدم « اقليدس » في هندسته نوعين من البراهين :

آ — البرهان المباشر Direct Demonstration

يبدأ هذا البرهان بالبديهيات او المصادرات ثم ينتهي عندما هو مطلوب اثباته ،اي ان المبرهنة المطروحة امام هذا البرهان تعتمد على ماسبقها من بديهيات ومصادرات او مبرهنات سبق البرهان عليها(١٠١). وقد اشرنا سابقا الى ان هذا البرهان يتميز بجملة من الشروط منها تثبيت قضايا صادقة في بداية النظام وتوفرعلاقة الالزام المنطقي .. ونجد هذا البرهان سائدافي اغلب براهين «اقليدس» (١٠٢) وقد استخدم اقليدس في هذا البرهان قوانين العكس كما هو المحال عند ارسطو ونقصد بهذا عملية رد المبرهنات الى البديهيات او الى المصادرات .

ب — البرهان غير المباشر Indirect Demonstration او برهان الخلق Reductio ad absurdum كما اطلق عليه اكثر من باحث . (١٠٣) وهي طريقة تثبت صحة المبرهنة باثبات ان عكسها باطل وهي تبدأ من فرض خاطيء،نستخلص منه نتائج خطؤها كخطئه (١٠٤). وقد برز دور هذا البرهان عندما عجز البرهان المباشر في الوصول الى الحل (١٠٥) لذلك استعان اقليدس بهذا البرهان المنطقي ومن اللازم ان نذكر بان هذا البرهان قد لعب دورا مهما في الكشف عن طبيعة المقدمات الأولية لان هذا البرهان يكشف عن حقيقة مهمة وهذه الحقيقة تتمثل في ان صدق المقدمات يقود الى نتائج صادقة، بينما كذب المقدمات يؤدي الى نتائج تتاقض مع تؤكده المقدمات . وان هذا البرهان بالاضافة الى ماسبق يتميز باختيار مقدمات ماللموضوع قيدالبحث ينشد بعد ذلك البرهنة على ما هو مطلوب اثباته،واذا انتهت العملية البرهانية الى نتائج متناقضة فمن اللازم التأكيدعلى ان العكس هو الصحيح اذ ان النتيجة المتناقضة تضعنا امام الاحتمال الذي يذهب الى ان بعض خطوات او فروض البرهان كاذبة ولذلك فان هذا البرهان يرتبط بمبدأ عدم التناقض المنطقي (١٠٦).

وان «اقليدس» استخدم هذا البرهان في نظامه الهندسي (١٠٧) وطبقه بالفعل على عده مبرهنات ومن هذه المبرهنات على سبيل المثال وليس الحصر

المبرهنة السابعة والعشرون والتي تنص على انه : «اذا قطع مستقيم مستقيمين واحدث معهما زاويتين متبادلتين متساويتين ، كان المستقيمان متوازيين. (١٠٨)

وخلاصة الحل لهذه المبرهنة يتحدد بان «اقليدس» افترض عكس ماهو مطلوب اى ان المستقيمين يتلاقيان ومن التلاقي تكون لدى اقليدس مثلث وعلى هذا الاساس تصبح الزاوية الخارجية اكبر من الزاوية الداخلية التي افترض انها تساويها ويعني هذا ان افتراض التلاقي اوصل «اقليدس» إلى تناقض انتهى من ذلك إلى ان العكس هو الصحيح ، اى ان التوازى هو الصحيح (١٠٩) ويدل هذا دلالة واضحة على ان هذا البرهان يعتمد على قوانين نفي النقيض كما هو الحال عند ارسطو ، فطرح الفرضية الخاطئة يقودنا إلى نتيجة خاطئة وان نفي هذه النتيجة يؤكد لنا صدق المبرهنة .

ننتهي في ضوء ماسبق إلى ان «اقليدس» قد ادرك الامور المنطقية الاتية : ـ

آ ـ مبدأ الاتساق المنطقي وهو المبدأ الذي يؤكد على ان صدق المقدمة يتحدد عن طريق اتساقها مع المقدمات الاخرى (١١٠).

ب ـ ان كذب القضية يتحدد في عدم اتساقها مع القضايا الاخرى في النظام الذي تنتمي اليه (١١١) .

ج ـ قيمة الالزام المنطقي بين المقدمات والنتائج ويبرز هذا الالزام متانة البرهان الهندسي من حيث ان هذه المتانة تتحدد بان صدق المقدمات يقود بالضرورة إلى نتائج صادقة (١١٢).

الخلاصة : ـ

١٠ ـ استهدفت هذه الدراسة ابراز محاولة « اقليدس » التي طرحت اول بناء استدلالي غير مفتقر للواقع الحسي وابرزت ايضا من خلال تحليل البناء الهندسي وتحديد مقدماته الاولية والشروط التي تستوفيها كل مقدمة اولية ، وكذلك من خلال تمييز «اقليدس» بين مكونات بنائه إلى فروض (بديهيات ومصادرات) ومبرهنات إلى ان هناك علامات تشابه بين البرهان الارسطي والطريقة الرياضية التي اعتمدها «اقليدس» (١٣٣) وكشفت كذلك الى ان «كتاب الاصول لاقليدس ظل محتفظاً بتلك الروح الواضحة في المنطق الارسطي (١١٤).

ولعل ابرز ماشارت اليه هذه الدراسة انها كشفت عن الطريقة البديهية Axiomatic method المستخدمة في هندسة«اقليدس»تلك الطريقة التي استعارتها من المنطق والتي تقوم على تثبيت مجموعة من البديهيات في البداية باعتبارها قضايا اولية تامة وبينة بذاتها تشتق منها قضايا اخرى .وان «اقليدس» قد طبق ذلك فثبت مجموعة من البديهيات والمصادرت ثم استعان بالاستدلال للحصول على قضايا جديدة من القضايا الموضوعة كما هو الحال عند«ارسطو»(١١٥)

ويعني هذا في راي الرياضيين المحدثين ، اول عمل خضعت فيه قضايا الهندسة لنظام منطقي Logical System (١١٦) وهذا يدل ايضا على ان الهندسة كما وضعها«اقليدس»ليست مجرد حشد للحقائق ولكنها نظام منطقي تسود فيه التعريفات والبديهيات والمصادرات والمبرهنات وان هذه الابنية لم ترد بشكل عشوائي بلا ترتيب بل انها بترتيب رائع فكل مبرهنة وضعت بحيث تعتمد على ماسبقها من بديهيات ومصادرات او مبرهنات سبق البرهان عليها وان ميزة هذه الهندسة هو النظام المنطقي الذي ينتظمها (١١٧).

هوامش البحث :-

١ - هو أحد علماء الرياضيات في مدرسة الاسكندرية ولا تذكر المصادر التأريخية سواء كانت تأريخية ام التي اهتمت بالرياضيات شيئاً عن ولادته او وفاته ، بل كل ماتذكر أن اسمه يرتبط بكتاب " الاصول Elements " وانه علم في الاسكندرية ولبعض الأسباب تذهب المصادر إلى انه درس في أثينا " وتذهب اغلب المصادر إلى أن " اقليدس" لم يكن واضعاً ومبتكراً لتلك المباديء الهندسية في كتاب " الاصول " وتشير إلى أن أهميته تكمن في انه اعاد تنظيم وكتابة هذه المباديء سنة ٣٠٠ ق. م. تلك المباديء التي كانت سائدة في عصره في حين تذهب مصادر أخرى إلى أن عمل " اقليدس " لا ينحصر عند ترتيب واعادة تنظيم القضايا الهندسية في عصره بل ابتكر واضاف قضايا اخرى إلى القضايا الهندسية السابقة . وترى مصادر اخرى ان كتاب " الاصول " يتألف من ثلاثة عشر جزءاً وان المطالع لهذه الأجزاء يستنتج بان كتابة هذه الأجزاء قد اتمها أكثر من مؤلف واحد . وتعالج هذه الأجزاء موضوعات متعددة فالكتاب الاول يحتوي على ثلاثة وعشرين تعريفاً . وخمس بديهيات وخمس مصادرات ويبحث الكتاب الثاني في الجبر الهندسي ويدور الكتاب الثالث حول الدوائر والكتاب الرابع حول المضلعات ويبحث الكتاب الخامس نظرية عامة في النسبة بين المقادير ، ويهتم الكتاب السادس بتطبيق نظرية على الأشكال الهندسية ، ويعالج الكتاب (٧ ، ٨ ، ٩) الحساب وخواص الأعداد ويهتم الكتاب العاشر بالخطوط اللا نسبية والجذور الصماء ،ويعالج الكتاب الحادي عشر والثاني عشر والثالث عشر الهندسة المجسمة .

See : A -Meschkowski .H., Evolution of Mathematical thought., Holden-Day , Inc : London , 1965 , p. 5.

B- Heath. T. L., A history of Greek Mathematics., Oxford ., 1921, 1., PP. 354 - 357 .

C - Caurruccio . E., Mathematics and logic in history and in contemporary thought., London, 1964 , P. 80

D - Smith. D. E., History of Mathematics., New York, 1951 ., PP. 103-106

٢ - فيلسوف يوناني وعالم في المنطق وباحث في مختلف الحقول العلمية ولد في " اسطاغيرا " سنة ٣٨٤ ق.م. وكان احد اعضاء اكاديمية " افلاطون " في الفترة بين ٦٦ / ٣٦٧- ٣٤٨/٤٧ ، قام بعد موت " افلاطون " برحلات عديدة منها إلى " اسوس " وإلى

" ليسبوس" في الفترة بين ٣٤٨/٤٧- ٣٤٣/٤٢ ، وكان في الفترة بين ٣٤٤/٤٣- ٣٣٦/٣٥ ، استاداً للاسكندر . غادر إلى "أثينا" سنة ٣٣٥/٣٤ ،وأسس مدرسة جديدة ، اصبحت تعرف فيما بعد " اللوقيسون " او " بريباتوس " وتعني المشى غادر " اثينا" بعد موت الاسكندر سنة ٣٢٣ إلى " شالس" ومات بعد سنة من ذلك أي سنة ٣٢٢/٢١ وله عدة مؤلفات منها : المقولات ، التحليلا ت الاولى ، التحليلا ت الثانية ، الطبيعة وما بعد الطبيعة ، الأخلاق النقوماخية ...

See., A- Ross. W. D., Aristotle ., London, 1946. PP. 1–4 .

B- Bochenski . M., Ancient Formal logic., Amsterdam ., 1968 . P. 20,

3 – Aristotle., Analyt ica posteriora ., In the works of Aristotle (Trans. in to English ,Oxford , 1950)., 90b18 .

4 – Aristotle., Topica., In the Works of Aristotle., lolb 21-22 ,

5 – Aristotle., Aalytica posteriora ., 87b 36 - 37, 76b37 - 38,

6 – Aristotle ., Topica ., 1o3 b13 - 16 ,

7 – Aristotle., Analytica poseriora ., 86a 1-2 ,

8 – Aristotle ., Topica ., 154 a 26 - 30 .

9 – Ibid ., 141 a28 - 29 .

10– Robinson. R., Definition., oxford , 1962 . P. 153 .

11– Traski . A., Introduction to Logic ., Trans . O. Helmer , New York 1956 ., P. 188 .

12 – Apostle H.C., Aristole' philosophy of Mathematics., chicago,1959 P. 92.

13– Aristotle ., Analytica posteriora ., 86 a 12-

14– Barker ., S.F., philosohy of Mathematics ., ohio., 1965, P. 24.

15– Aristotle ., Topica'., 148b33 -38 .

16– Ibid ., IoI bi9 -22, 139bI0 - 14.

17– Ibid ., 139bI5 -18 , 139 b33 - 36

18– see Aristotle : A- Topica ., 155a 20

B– Ibid ., 143a 19 - 22

C– De Anima ., In the Works of Aristotle., 4I4b28 -30.

19– Aristotle ., Topica ., 14Ib15 - 20.

20– Blanche . R., Axiomatics., London , 1962 , P. 8,

21– Aristotle Analytica priora., In the Works of Aristotle., 24a10 -11.

22– Ibid., 24b1 .

23– Nidditch., P. H. The Development of Mathematical logic., London, 1974, P. 6,

24– Aristotle., OP. Cit., 24a16 -18 .

25– Ibid ., 24b17.

ومن الأمثلة على المقدمات الموجبة : كل عراقي اسيوي .
ومن الأمثلة على المقدمات السالبة : لا واحد من العراقيين افريقي .

27– Ibid ., 24b17 .

ومن الأمثلة التي تكشف لنا النتيجة : كل انسان فان (مقدمة اولى)
سقراط انسان (مقدمة ثانية)
سقراط فان (النتيجة)

٢٦ – " الموضوع " هو الشيء الذي تحمل عليه الصفات اما " المحمول " فيمثل مجموعة الصفات التي تحمل على الشيء : مثال ذلك : " سقراط انسان " فالموضوع هو "سقراط " والمحمول هو " انسان".

٢٨ – انظر محمد جلوب فرحان : تحليل ارسطو للعلم البرهاني ، رسالة ماجستير (غير منشورة) ص ٢٠١ .

29– Aristotle ., op. Cit., 24b25 - 26 .

30– Ibid .,

31– Bird . O., Syllogistic and Its Extensions., New Jersey , 1964. P. 27.

32– Lukasiewicz . J., Aristotles syllogistic., oxford, 1958, P. 43.

33– Bochenski . M., OP. Cit ., P. 45,

ويتحدد هذا الضرب بان كلتا المقدمتين فيه كليتان موجبتان وبالتالي يستلزم هذا الضرب نتيجة كلية موجبة ، مثال ذلك.

كل ب هو آ
وكل جـ هو ب
______
كل جـ هو آ

انظر : ياسين خليل : 3 نظرية ارسطو المنطقية ، بغداد ، ١٩٦٤ ، ص ١٠١

٣٤ – ويتحدد هذا الضرب بان تكون المقدمة الاولى كلية سالبة والمقدمة الثانية كلية موجبة، ويستلزم هذا الضرب أن تكون النتيجة كلية سالبة وبالضرورة مثال ذلك :-

لا واحد من ب هو آ

وكل ج هو ب

لا واحد من ج هو آ

انظر : المصدر السابق ص ١٠١

٣٥ – ويتحدد هذا الضرب بان تكون المقدمة الاولى فيه كلية سالبة والمقدمة الثانية جزئية موجبة، فالنتيجة تكون بالضرورة جزئية سالبة مثال ذلك :-

إذا لا واحد من ب هو آ

وبعض ج هو ب

فان بعض ج ليس آ

انظر المصدر السابق ص ١٠٣

٣٦ – يتحدد هذا الضرب بان تكون فيه المقدمة الاولى كلية موجبة والمقدمة الثانية جزئية موجبة فالنتيجة تكون جزئية موجبة مثال ذلك :-

إذا كل ب هو آ

و بعض ج هو ب

فان بعض ج هو آ

انظر المصدر السابق ص ١٠٢

37- Bochenski . M., OP. Cit ., P. 46 .

38- carruccio. E , OP. Cit ., P. 69

٣٩ – ياسين خليل ، نظرية ارسطو المنطقية ، ص ٢٨.

40- Ross. W. D., OP Cit ., P. 43.

41- Strawson.P.E.,Introduction to logical theory.,London,1964, P.161

٤٢ – ياسين خليل : المصدر السابق، ص ١١٩ .

١ – نعني بالعكس ان نجعل (المحمول) من القضيـة (موضوعهـا) و (الموضوع) (محمولا) مع حفظ الكيفية وبقاء الصدق بحاله . وتنعكس الكلية الموجبة (حيث أن الرمز A يشير

الى الكلي الموجب) الى الجزئية الموجبة (حيث ان الرمز I يشير الى الجزئي الموجب) و (ان الرمز ← يعني الزام القضية الثانية من القضية الاولى بالضرورة) مثال على ذلك . « كل انسان حيوان » تنعكس الى ان « بعض الحيوان انسان » .

٢ – تنعكس القضية الكلية السالبة (حيث ان الرمز E يشير الى الكلية السالب) الى كلية سالبة بالضرورة مثال ذلك :

« لا واحد من العراقيين افريقي » تنعكس الى « لا واحد من الا فريقيين عراقي » .

٣ – تنعكس الجزئية الموجبة الى جزئية موجبة مثال ذلك :

« بعض العرب افريقيون » تنعكس الى « بعض الا فريقيين عرب »

43– see . A– Aristotle ., OP. Cit., 29a34- 35 .

B– strawson .P. E., OP., Cit., 162 - 163 .

٤٤ – ياسين خليل : المصدر السابق ، ص١١٩ .

١ – ونعني بنفي النقيض محاولة نفي الكم مع الحفاظ على مواقع الموضوع والمحمول بشكل ثابت . وان نفي القضية الجزئية الموجبة (الرمز ← يشير الى النفي) يؤدي الى قضية كلية سالبة ، ومثال ذلك :

« بعض الناس حجر » نفي هذه القضية يؤدي الى « لا واحد من الناس حجر » .

٢ – ان نفي القضية الجزئية السالبة يؤدي الى قضية كلية موجبة مثال ذلك :

« ليس بعض الناس بحيوان » نفي هذه القضية (النقيضة) يؤدي الى « كل انسان حيوان ».

45– Aristotle ., op. Cit., 45b7 -10.

46– Ibid ., 53 b14 - 15.

47– See : A- Kline .M., Mathematics in western culture ., Oxford, 1964 P. 42 .

B– smith. D.E., OP. Cit., I., P. 106 .

48– Euclid., Elements, In "The great Books ,13 Books, Trans. by L. T. Heath., Chicago 1952, Book. 1. P. 1.

49– Ibid.,

50– Ibid., P. 25

51– Ibid ., P. 2.

52– See :A carrcuccio . E., OP .Cit ., P. 81.

B– Meschkowski .H., Noneuclidean Geometry., Amsterdam. 1971 , P. 5.

53– See– A: Meschkowski .H. ,OP. Cit ., p.6.

ب — ج. بوليا، البحث عن الحل، ترجمة سليم سعيدان، ص ١٢٤ — ١٢٥.
C- Meschkowski H. ways of thought of great mathematicians Amsterdam, 1964, P. 43.

54- Kline . M., OP. Cit ., P. 42 .

55- See: A Heath. T. L., OP. Cit ., I., P. 371.
B- Meschkowski. H., Noneuclidean Geometry '., PP. 5-6.

56-- B- See: A- stoll .R., Sets, logic and Axiomatice theories, California, 1964, P. 138 .
B- kline .M., OP. Cit ., P. 42 .

57- See: A-Burtt . E. A., Metaphysical Founditions of Modern Physical science., London, 1964. P. 31.
B- Meschkowski .H., ways of thought of great Mathematicians., P. 43.

٥٨ — محمد جلوب فرحان : المصدر السابق ص ٧٣ .

59- Randall. T., A., Aristotle ., New York , 1965. P. 33.

60- Kline .M., OP. Cit., P. 44, P. 45.

61- See: A- Kneale .W. and M., The Development of logic ., Oxford, 1971, PP. 3-4.
Mesckowski .H., Noneuclidean Geometry., P. 4.
ونعني بالصوري ان ليس لقضايا البرهان علاقة بالوقائع الحسية .

62- kline.M., OP. Cit., P. 43 .

63- strawson., op. Cit ., PP. 60- 61 .

64- Read .c. Logic deductive and inductive., London 1898, P. 62.

65- Reichenbach .H., philosophic Foundations of quantum machanics., London, 1965 , p. 15.

66- Kline. M., OP. Cit., P. 43.

67- See Euclid ., OP. Cit ., Book. 1, PP. 6 – 7.
ويتحدد هذا البرهان بالكشف عن صدق البديهيات عن طريق مبرهنات سبق ان اقام البرهان عليها .

68– See: A– Aristotle ., Analytica posteriora., 71b 20 - 22.

B– carruccio. E., OP. Cit ., PP. 70 - 71

69– See: A- strawson. P. E. OP. Cit ., PP. 60 - 61.

B– Meschkowski. H., OP. Cit ., P. 4.

70– See : A--Kline . M., OP Cit -, 34

طرحنا امام بديهيات اقليدس الشروط المنطقية التي طرحها ارسطو امام القضايا الاولية البرهان .

ب – جون كيمني : الفيلسوف والعلم ، ترجمة د. امين الشريف ، بيروت ١٩٦٥ ، ص٤٦.

71– Meschkowski . H., ways of thought of great mathematicians., P.44.

72– See : Euclid., OP Cit ., Book . 1, P. 6.

73– Meschkowski .H., OP. Cit., P. 44.

74– Euclid ., OP. Cit Book. I, P. 12.

٧٥ – ياسين خليل ، منطق البحث العلمي ، بيروت ١٩٧٤ ، ص ٢٤٠.

76– See Meschkowski . H., Noneuclidean Geometry. P. 4.

77– Euclid ., OP .Cit., Book . I, P. 6.

78– Ibid.,

79– See Heath. T. L., OP. cit., I. P. 374.

80– Meschkowski .H., OP. Cit ., P. 6.

81– Kline ., OP. Cit. P. 43.

82– See– A- Newsom . C. V., Mathematical discourses. London , 1964, P. 24.

B– Heath .T. L., OP. Cit ., I., P. 345.

C– Coolidige . J., A history of Geometrical Methods, New York, 1940, P. 29.

٨٣ – انظر جون كيمني ، المصدر السابق ص ٤٦ .

84– Euclid., OP. Cit., Book. I, P. 5.

85– See Heath . T. L., OP. Cit. I. P. 336 .

٨٦ – انظر ياسين خليل ، الطريقة البديهية في المنطق والرياضيات والفيزياء النظرية بحث منشور في مجلة الرياضيات والفيزياء ، العدد ٣ ، تموز ١٩٧٥ ، ص ١٥ .

87– See: A– Meschkowski ., H., Evolution of of Mathematical thought., P. 6.,

B– Carruccio. E., OP. Cit ., P. 83.

88– See: A– stoll. R., OP. Cit , P. 138.

B– Meschkowski. H., ways of thouhgt of great Mathematicians P. 44.

89– Enclid, OP. Cit., Book I. P. 7.

90– Ibid., P. 13 .

91– Ibid., P. 21.

٩٢ – انظر ياسين خليل : منطق البحث العلمي، ص ٢٤٠ .

93– See: A -Meschkowski. H., Noneuclidean Geometry., P. 4.

B– Nowsom., OP. Cit ., P. 18 .

94– Aristotle., Analytica posteriora., 72931 - 32.

٩٥ – ياسين خليل : المصدر السابق، ص ٢٤١ .

٩٦ – ج. بوليا : المصدر السابق، ص ١٨٠ .

٩٧ – يتحدد المقصود بالموضوع والمحمول في المثال القائل :

« الكل اكبر من الجزء » تتألف هذه القضية من موضوع هو « الكل » وهو الشيء الذي تحمل عليه الصفات ، والمحمول وهو « اكبر من الجزء » وهو الصفة التي تحمل عليه .

٩٨ – وهو الحد الذي يظهر في كلتا المقدمتين ، فنجد في المثال المذكور ان الرمز ب هو الحد الاوسط والذي ظهر محمولا في المقدمة الاولى وموضوعاً في المقدمة الثانية وان الالزام المنطقي يعتمد على هذا الحد في الانتقال من المقدمات الى النتائج .

99– See Kline .M., OP. Cit., P. 54.

100– Aristotle., Analytica priora., 53b8 .

١٠١ – ج. بوليا : المصدر السابق، ص ١٥٠ .

102– See : A Euclid., OP . Cit., I., P. 17.

B– Sanford. V., A short history of Mathematics., U. S. A. 1958, P.69

103– See: A- Heath. T. L., OP. Cit., I., P. 372.

B– Sanford . V., OP. Cit., P. 270.

١٠٤ – انظر ج. بوليا : المصدر السابق ص ١٦٠ .

١٠٥ – المصدر السابق ص ١٦١ .

106- See Kline. M., OP. Cit., P. 54 .

107- Heath. T.L. OP. Cit.I. P. 372 .

108- Euclid., OP. Cit., I., PP. 17-18 .

109- I bid.,

110- Heyting .A, Logic and Foundations of Mathematics., printed in the Netherlands . 1968, PP. 191- 192.

111- Meschkowski. H., Noneuclidean Geometry., P. 4.

112- See: A- Smith. D. E., OP. Cit., I., P. 16 .

B- Meschkowski. H. ,OP. Cit., P. 7

113- Boyer. C.B., The history of the calculas and Its conceptual devlopment., Dover Publications, Inc., 1959 ., P. 1,

114- Burtt .E.A., OP. Cit., P. 31.

وفي الامكان ان نزيد على ذلك فنشير إلى ان اهمية اقليدس تكمن في انه طرح في هندسة تمارين منطقية Logical exercises ونماذج للاستدلال "Model of reasoning

Kline .M., OP., Cit., P. 55.

ويكشف كتاب الاصول بالاضافة إلى ذلك محاولة اقليدس لبناء الهندسة على اسس منطقية "Logical basis.

Sanford. V., OP., Cit., P. 268 .

وان البراهين السائدة في الاصول تتصف بالمتانة اوالصرامة المنطقية Logical rigor

See: A- Meschkowski .H., Evolution of Mathematical thought ., P. 107.

B- Smith. D.E., OP. Cit., I., P. 106.

ونستطيع القول بان جميع البراهين التي ضمنها اقليدس كتابة مبنية بالطبع على مبادى أساسية متفق عليها وكانت استنتاجاته صحيحة ماظلت المبادى متفقاً عليها ، اما اذا كانت بعض المبادى التي استخدمها في مناقشاته غير متفق عليها اضطربت بالتالي بعض الاستنتاجات .

الفريد هوبر : رواد الرياضيات ، ترجمة لبيب جورجي القاهرة ١٩٦٥ ، ص ٧٥ .

115– See : A- Heyting .A., OP. Cit PP. 191- 192 .

B- Meschkowski. H., Ways of thought of great mathematicians,

P. 44.

116– Meschowski. H., Noneuclidean Geometry ., P. 7.

١١٧ – ج. بوليا: المصدر السابق ص ١٧٩